### Exercice 1 : Calcul

1. $A = 2x - 5 - 8x^2 - 3x + 15 + 6x^2 + 5x = -2x^2 + 4x + 10$
2. (a) $B = (-3x+5)(x-5) - 3(x-1) = -3x^2 + 15x + 5x - 25 - 3x + 3 = -3x^2 + 17x - 22$
   (b) $C = (n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$
3. (a) $D = 10x^3 - 8x^2 + 2x = 2x(5x^2 - 4x + 1)$
   (b) $E = 2(x+5)(2x-3) - (x+5)(3x-2) = (x+5)\left(2(2x-3) - (3x-2)\right) = (x+5)(4x-6-3x+2) = (x+5)(x-4)$
   (c) $F = 16x^2 - 25 = (4x)^2 - 5^2 = (4x-5)(4x+5)$
   (d) $G = 36x^2 - (2x-3)^2 = (6x)^2 - (2x-3)^2 = (6x+2x-3)(6x-(2x-3)) = (8x-3)(4x+3)$
4. $H = 7 + \dfrac{3x}{x-2} = \dfrac{7(x-2)}{x-2} + \dfrac{3x}{x-2} = \dfrac{7x-14+3x}{x-2} = \dfrac{10x-14}{x-2}$
5. $I = \dfrac{3x+12}{3x} = \dfrac{3(x+4)}{3\times x} = \dfrac{x+4}{x}$
6. $J = \dfrac{2^5 \times 2^{-3}}{(2^4)^2} = \dfrac{2^{5+(-3)}}{2^{4\times 2}} = \dfrac{2^2}{2^8} = 2^{2-8} = 2^{-6} = \dfrac{1}{2^6}$
7. (a) $3x - 5 = 6x - 12 \iff 3x = 7 \iff x = \dfrac{7}{3}$. L'ensemble solution est $S = \{\dfrac{7}{3}\}$
   (b) $\dfrac{4x-5}{7-2x} = 0 \iff 4x - 5 = 0$ et $7 - 2x \neq 0 \iff x = \dfrac{5}{4}$ et $x \neq \dfrac{7}{2}$. L'ensemble solution est $S = \{\dfrac{5}{4}\}$
   (c) $x - 8 > 3x + 12 \iff -20 > 2x \iff -10 > x \iff x < -10$ . L'ensemble solution est $S = ]-\infty; -10[$

### Exercice 2 : Utiliser la forme adaptée d'une fonction

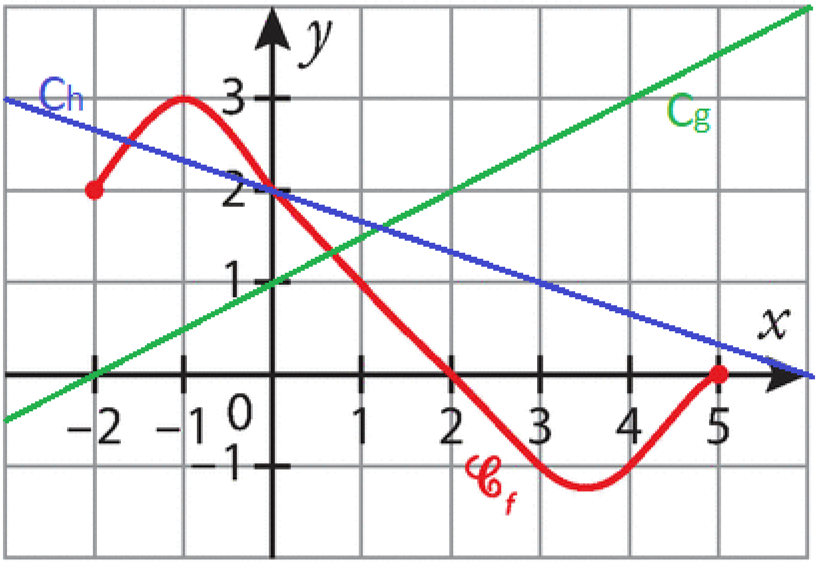
1. $f(-2) = -2(-2)^2 + 8\times(-2) + 10 = -8 - 16 + 10 = -14$
2. Déterminer les antécédents éventuels de $10$ revient à résoudre $f(x) = 10$.
   $f(x) = 10 \iff -2x^2 + 8x + 10 = 10 \iff -2x^2 + 8x = 0 \iff 2x(-x+4) = 0 \iff 2x = 0$ ou $-x + 4 = 0 \iff x = 0$ ou$x = 4$. L'ensemble solution est $S = \{0; 4\}$
3. (a) $(x+1)(10-2x) = 10x - 2x^2 + 10 - 2x = -2x^2 + 8x + 10 = f(x)$
   (b) $x + 1 > 0 \iff x > -1$
   $10 - 2x > 0 \iff -2x > -10 \iff x < 5$ car $-2 < 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $10-2x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

   (c) Par lecture dans le tableau de signe, les antécédents de 0 par $f$ sont $-1$ et $5$ (cela revient à résoudre $f(x) = 0$).
   (d) Par lecture dans le tableau de signe, l'ensemble solution de $f(x) \leqslant 0$ est :
   $S = ]-\infty; -1] \cup [5; +\infty[$
4. (a) $-2(x-2)^2 + 18 = -2(x^2 - 4x + 4) + 18 = -2x^2 + 8x - 8 + 18 = -2x^2 + 8x + 10 = f(x)$
   (b) $f(x) = -14 \iff -2(x-2)^2 + 18 = -14 \iff -2(x-2)^2 = -32 \iff (x-2)^2 = 16$
   $\iff x - 2 = -4$ ou $x - 2 = 4 \iff x = -2$ ou $x = 6$.
   Autre méthode : $(x-2)^2 = 16 \iff (x-2)^2 - 4^2 = 0 \iff (x-2-4)(x-2+4) = 0$
   $\iff (x-6)(x+2) = 0 \iff x - 6 = 0$ ou $x + 2 = 0$.
   L'ensemble solution de $f(x) = -14$ est $S = \{-2; 6\}$.
   (c) $(x-2)^2 \geqslant 0 \implies -2(x-2)^2 \leqslant 0 \implies f(x) = -2(x-2)^2 + 18 \leqslant 18$. De plus $f(2) = 18$, donc $18$ est le maximum de $f$ atteint en $x = 2$.

**Exercice 3 : fonction - lecture de graphique**

On considère deux fonctions $f$ et $g$ dont on donne les courbes représentatives ci-dessous.




Répondre aux questions suivantes par lecture graphique

1. (a) L'ensemble de définition de $f$ est $D_f = [-2;5]$
   (b) L'image de $3$ par $f$ est $-1$.
   (c) $f(0) = 2$
   (d) les antécédents éventuels de $-1$ par $f$ sont $3$ et $4$
2. (a) L'ensemble solution de $f(x) = 2$ est $S = \{-2;0\}$.
   (b) L'ensemble solution de $f(x) = 5$ est $S = \varnothing$.
   (c) L'ensemble solution de $f(x) > 1$ est $S = [-2;1[$
   (d) L'ensemble solution de $f(x) = g(x)$ est $S = \{0.5\}$.
   (e) L'ensemble solution de $f(x) \leqslant g(x)$ est $S = [0.5;5]$
3. Tableau de variation de $f$

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $3.5$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1.25$ | ↗ | $0$ |

4. Tableau de signe de $f$

| $x$ | $-2$ | | $2$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

5. Le maximum de $f$ vaut 3 atteint en $x = -1$
6. $g$ est de la forme $g(x) = mx + p$. On lit l'ordonnée à l'origine $p = 1$ et le coefficient directeur $m = \dfrac{\text{écart de y}}{\text{écart de x}} = \dfrac{1}{2}$. Ainsi $g(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$
7. On considère la fonction $h$ définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\frac{1}{3}x + 2$
   (a) $h(7) = -\frac{1}{3}\times 7 + 2 = -\frac{7}{3} + \frac{6}{3} = -\frac{1}{3} \neq \frac{1}{3}$. Donc le point $A$ n'appartient pas à la courbe réprésentative de $h$.
   (b) $h$ est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite. L'ordonnée à l'origine est $p = 2$ et le coefficient dorecteur est $m = -\dfrac{1}{3}$ (on descend de 1 quand on avance de 3 vers la droite)

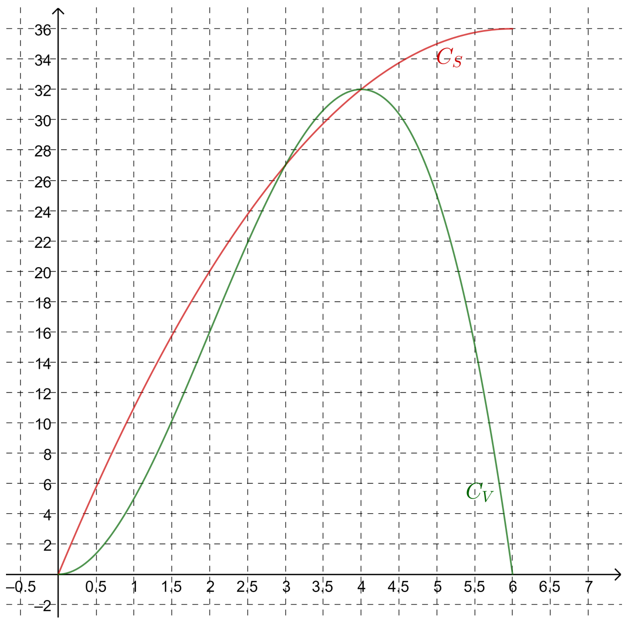
**Exercice 4 : géométrie**

1. Calculer $AB = \sqrt{(3-(-1))^2 + (3-0)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$
2. $AD^2 + AB^2 = 25 + 25 = 50$ et $DB^2 = (5\sqrt{2})^2 = 5^2 \times (\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$. Donc $AD^2 + AB^2 = BD^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore $DAB$ est rectangle en $A$. De plus, $AD = AB$, donc $DAB$ est un triangle rectangle isocèle en $A$.
3. Coordonnées de $I$ milieu de $[BD]$ : $\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2}\right) = \left(\frac{3+(-4)}{2}; \frac{3+4}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$
4. $ABCD$ soit un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu, c'est-à-dire que les milieux de $[BD]$ et $[AC]$ sont les mêmes.
   On note $C(x; y)$. Les coordonnées du milieu de $[AC]$ s'écrivent alors $\left(\frac{-1+x}{2}; \frac{0+y}{2}\right)$.
   On veut donc résoudre : $\left(\frac{-1+x}{2}; \frac{0+y}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$.
   Donc $\frac{-1+x}{2} = -\frac{1}{2} \iff -1 + x = -1 \iff x = 0$ et $\frac{y}{2} = \frac{7}{2} \iff y = 7$.
   Ainsi on a $D(0; 7)$.
5. $ABCD$ est un parallélogramme, de plus il a deux côtés consécutifs $AB$ et $AD$ de même longueur et un angle droit en $A$ donc $ABCD$ est un carré.
6. $\overrightarrow{AB}\binom{3-(-1)}{3-0} = \binom{4}{3}$
7. On cherche $E(x; y)$. Donc $\overrightarrow{BE}\binom{x-3}{y-3}$. Ainsi on veut $\binom{x-3}{y-3} = \binom{6}{-8}$, donc $x = 9$ et $y = -5$. Finalement $E(9; -5)$
8. $det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BE}) = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -8 \end{vmatrix} = 4 \times (-8) - 3 \times 6 = -32 - 18 = -50 \neq 0$. Donc les droites $(AB)$ et $(BE)$ ne sont pas parallèles.

**Exercice 5 : Modélisation**

1. (a) Les faces sont des rectangles dont l'aire est calculée par le produit des mesures des deux côtés. On fait la somme des aires des trois faces.
   $S(x) = x^2 + (6-x) \times x + (6-x) \times x = x^2 + 6x - x^2 + 6x - x^2 = -x^2 + 12x$ pour $x \in [0; 6]$.

   (b) On a représenté ci-dessous la surface $S$ en fonction de $x$.




La surface maximale semble être de $36$ pour $x = 6$. Cette situation n'est pas du tout intéressante car alors le volume est nul.

(c) $-(x-6)^2+36=-(x^2-12x+36)+36=-x^2+12x-36+36=-x^2+12x=S(x)$.

(d) $(x-6)^2 \geqslant 0 \implies -(x-6)^2 \leqslant 0 \implies S(x)=-(x-6)^2+36 \leqslant 36$. Par ailleurs $S(6)=36$. Donc la surface admet $36$ comme maximum atteint pour $x=6$.

2. $V(x)=x \times x \times (6-x)=x^2(6-x)$.

3. On représente aussi le volume en fonction de $x$ et la valeur de $x$ qui permet d'avoir le volume maximale est graphiquement $x=4$ pour laquelle la surface est $S(4)=32$ ce qui n'est pas loin de la surface maximale. (C'est une situation particulière qui conduit à avoir la même valeur pour l'aire et le volume).

Après vous êtes corrigé(e), si vous avez rencontré des difficultés, vous devez vous réexercer sur Ma thALEA à l'adresse https ://coopmaths.fr/alea/ , dans le programme de seconde. Les numéros des exercices sont indiqués pour chaque question ou groupe de questions.


## Exercice 1 : Calcul

1. réduire : voir 2N40-6
2. développer et réduire : voir 2N40-7 et 2N41-6
3. (a) factoriser : voir 2N40-9
   (b) factoriser en situation plus complexe : voir 2N41-1
   (c) factoriser à l'aide des identités remarquables : voir 2N41-2 (éventuellement 2N41-7 pour aller plus loin)
   (d) factoriser à l'aide des identités remarquables : voir 2N41-2 (éventuellement 2N41-7 pour aller plus loin)
4. mettre au même dénominateur : voir 2N41-8
5. fraction avec calcul littéral : voir 2N41-9
6. calcul avec des puissances : voir 2N31-3
7. (a) résoudre une équation du premier degré : voir 2N51-4
   (b) résoudre une équation quotient : voir 2N52-5
   (c) résoudre une inéquation : voir 2N60-4

**Exercice 2 : Utiliser la forme adaptée d'une fonction**

voir 2F23-1
Pour le tableau de signe, vous pouvez voir également 2N61-4

**Exercice 3 : fonction - lecture de graphique**

1. (a) Domaine de définition : 200F3-02
   (b) Image : dans le programme de troisième 3F12-4 ou 3F13-1
   (c) C'est la même chose que de lire une imge
   (d) Antécédents : dans le programme de troisième 3F13 ou 3F13-1
2. Pour les équations 2F22-1, pour les équations ou inéquations 2F20-4
3. Tableau de variation de $f$ : 2F30-1
4. Tableau de signe de $f$ : 2F22-3
5. Maximum (ou minimum) : 2F32-2
6. Lecture de l'expression d'une fonction affine : dans le programme de troisième : 3F21-3
7. (a) Appartenance d'un point à une courbe : 2F20-1
   (b) Tracer d'une fonction affine : dans le programme de troisième : 3F20-3

**Exercice 4 : géométrie**

1. Calculer une distance : 2G12-1
2. Utiliser une distance : 2G12-1
3. Milieu d'un segment : 2G12-2
4. Déterminer le 4è sommet d'un parallélogramme 2G12-5
5. Nature d'un parallélogramme : 2G10-2
6. Coordonnées d'un vecteur : 2G24-1
7. Calculer les coordonnées d'un point à partir d'une égalité de vecteur : 2G24-5
8.