CAHIER DE VACANCES DU LYCÉE CONDORCET DE LA PREMIÈRE A LA TERMINALE

Afin de pouvoir comprendre et assimiler les nouvelles connaissances de mathématiques en terminale – spécialité ou complémentaires, il est indispensable de maîtriser le programme de 1ère. Vous trouverez donc dans ce livret des exercices qui vous aideront à préparer votre entrée en terminale. Nous avons choisi de mettre l'accent sur 4 thèmes : second degré, dérivation, fonction exponentielle et suites numériques. Ce dernier thème sera certainement abordé en tout début d'année. Un corrigé est proposé à la fin de chaque thème.

THÈME 1 : VOIR DES PARABOLES PARTOUT - TRINÔME DU SECOND DEGRÉ (durée indicative : 1 heure)

Peut-être que pendant vos vacances vous avez déterminé la forme canonique de l'arche de cette ancienne fabrique de textile, la Masia Freixa à Terrassa, en Catalogne, Espagne.
Vous êtes décidément incorrigible de voir des maths, partout même pendant les vacances ! Sacrés élèves !

Exercice 1 : Un peu de vocabulaire pour commencer

Une charade
Mon 1er est quand je sépare mes déchets
Mon 2ème est la négation en anglais
Mon 3ème se rapporte à ma personne
Mon tout est l'objet de cette première journée de cahier de vacances

Une devinette
J'annule un trinôme du second degré mais j'aide aussi les arbres à puiser l'eau et les nutriments, je suis ….

Un rébus 

Si aucun des mots ci-dessus ne vous évoquent quoi que ce soit, il serait peut-être bon d'aller directement là

Exercice 2 : Quizz : Entourer la ou les réponses justes

1) Soit le trinôme du second degré défini par $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$, alors
a) $a = 3; b = 4; c = 5$ b) tant d'agressivité après deux mois sous le soleil, c) $a = 3; b = -4; c = 5$

2) Soit le trinôme du second degré défini par $f(x) = x^2 + 2x - 3$, alors
a) 1 est racine b) 1, 2 , 3 nous irons au bois … c) Le produit des racines vaut -3

3) Soit le trinôme du second degré défini par $f(x) = -2x^2 + x + 5$, alors la parabole, représentant f
a) est tournée vers le bas b) a la tête encore au bord de la plage c) est tournée vers le haut

4) Le trinôme du second degré défini par $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$
a) a une seule racine b) on ne lit pas Racine sur le sable chaud c) n'a aucune racine d) a deux racines

Si vous avez une majorité de b), il serait peut-être bon d'aller directement là

Exercice 3 : Fini la rigolade et au boulot pour de vrai !
Dans les 3 cas ci-dessous dresser le tableau de signe puis résoudre $f(x) > 0$
a) $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$
b) $f(x) = -3x^2 + 5x - 3$
c) $f(x) = -3x^2 + 13x + 10$

En cas de panne sèche, de trou noir, de consternation totale, ouvrez votre cahier de leçon (vous savez le truc que vous avez enterré en juin dernier) – chapitre 1 et/ou allez voir là :
https://www.youtube.com/watch?v=AEL4qKKNvp8

CORRIGE DES EXERCICES : THÈME 1

Exercice 1 : Un peu de vocabulaire pour commencer

a) TRI / NO / ME : TRINOME b) UNE RACINE c) PAS \ RAT \ BOL : PARABOLE

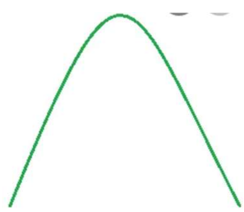
Exercice 2 - Quizz

1) RÉPONSE c)

2) RÉPONSE a) on vérifie $f(1) = 0$ et c) D'après le cours $P = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$

Remarque 1 : avec le produit, on peut déduire la deuxième racine qui est -3.

Remarque 2: la somme des deux racines est $S = -\frac{b}{a} = -2$. On retrouve bien $1 + (-3) = -2$


Parabole tournée vers le bas

3) RÉPONSE a) car $a = -2 < 0$

4) RÉPONSE c) car $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 7 = -47 < 0$. Il est donc du signe de $a = 2 > 0$, donc pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f(x) > 0$

Exercice 3 : Fini la rigolade et au boulot pour de vrai !

a) $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$

- Étape 1 : calcul du discriminant

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25 > 0$

Donc il y a deux racines

- Étape 2 : on détermine les racines

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3)+\sqrt{25}}{2\times2} = 2$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3)-\sqrt{25}}{2\times2} = -\frac{1}{2}$

- Étape 3 : on dresse le tableau de signe et on lit l'ensemble de solutions

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines, donc

x	$-\infty$		$-0{,}5$		2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		+	0	−	0	+	

L'ensemble solutions de $f(x) > 0$ est $S =]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]2; +\infty[$

b) $f(x) = -3x^2 + 5x - 3$

$\Delta = 5^2 - 4 \times (-3) \times (-3) = -11 < 0$

Donc le trinôme ne s'annule jamais et est du signe de $a = -3 < 0$, donc négatif pour tout nombre réel.

L'inéquation $f(x) > 0$n'a pas de solutions. On note aussi $S = \emptyset$.

c) $f(x) = -3x^2 + 13x + 10$

$\Delta = 13^2 - 4 \times (-3) \times (10) = 289 = 17^2 > 0$

$x_1 = \frac{-13+1}{2\times(-3)} = -\frac{2}{3}$ et $x_2 = \frac{-13-1}{2\times(-3)} = 5$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		5		$+\infty$
Signe de $f(x)$		−	0	+	0	−	

L'ensemble solutions de $f(x) > 0$ est $S =]-\frac{2}{3}; 5[$.

THÈME 2 : DÉRIVATION (durée indicative : 1,30 à 2 heures)

Pour éviter le claquage, faites les exercices 1 à 3 d'abord, puis les exercices 4 à 5.

Exercice 1 : Toujours commencer par le vocabulaire

Dans la grille de mots mêlés suivante, chercher les mots (attention ils peuvent être écrits de droite à gauche, haut en bas, bas en haut, gauche à droite)

J	S	I	E	S	T	E	T	Y	E	I
Z	A	S	I	O	M	E	N	S	V	X
X	T	A	Y	L	U	N	A	E	I	U
N	A	M	S	O	M	O	S	Q	T	A
O	N	E	O	H	I	I	S	U	A	T
I	G	R	L	B	X	T	I	A	G	F
T	E	T	E	Z	A	A	O	T	E	D
C	N	X	I	C	M	I	R	I	N	Z
N	T	E	L	X	Z	R	C	O	Ç	V
O	E	L	B	A	S	A	K	N	V	H
F	O	B	Ç	E	E	V	I	R	E	D

Équation / Sieste / Tangente / Maximum / Croissant / Sable / Fonction / Variation / Négative / Extrema / Taux / Dérivée / Soleil

Puis compléter avec les mots ci-dessus (en remplaçant extrema par extremum) :

Allongé.e sur le ……. , je fais la …. dans les derniers rayons du …. ….. .

Soit I un intervalle, $a \in I$un nombre réel et $f$une ……… définie et dérivable sur I.

$y = f'(a)(x - a) + f(a)$ est l' ……….. de la ……….. à la courbe représentative de $f$au point de coordonnées ….. ….

Si la fonction ………. f' est ……….. , alors la fonction $f$est décroissante.

Si la fonction $f$est …………, alors la fonction dérivée est positive.

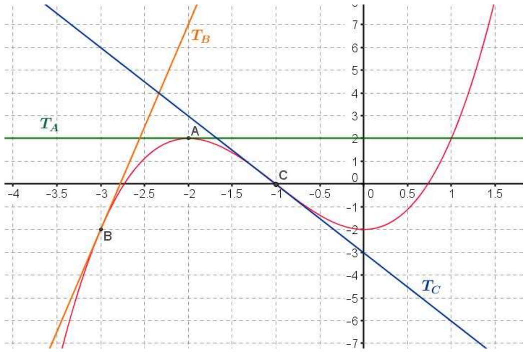
Si la dérivée f's'annule en changeant de signe, alors $f$admet un …………

Pour étudier les …………. de f, il suffit d'étudier le signe de la dérivée.

Si pour tout $x \in I$, $f(x) \leq f(a)$ alors $f$admet un …………. en a.

Si vous n'avez rempli que les mots de la première phrase avant d'aller voir si la place sur le transat était encore libre ou que le mot dérivation n'évoque pour vous qu'un bateau sur la mer étale, il serait peut-être bon d'aller directement là L'ANTI SÈCHE

Exercice 2 : Ça se corse !



I) Soit la fonction $f$définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative est donnée ci-contre.

1) A l'aide du graphique déterminer $f(x)$ et $f'(x)$ pour $x = -3$; $x = -2$ et $x = -1$ (Attention à l'échelle)

Aide : https://www.youtube.com/watch?v=7-z62dSkkTQ

2) En déduire l'équation de la tangente en $x = -1$

3) Dresser le tableau de variation de f

4) En déduire le tableau de signes de la dérivée

II) Soit la fonction $g$définie et dérivable sur $[-3; 3]$.

On donne ci-dessous le tableau de signe de sa dérivée

x	-3		-1		1		3
Signe de $g'(x)$		$-$	0	+	0	$-$	

On a de plus $g(-3) = -1$,$g(-1) = -3$, $g(1) = 3$ et $g(3) = 1$

a) Dresser le tableau de variation de g.

b) On donne de plus $g(0) = 0$, $g'(-3) = -2$ et $g'(3) = -1$. Dessiner une allure possible de la courbe représentative de $g$dans un repère orthonormé.

Exercice 3 : Top chrono 

Vous avez 10 min pour remplir le tableau suivant

Fonction	Ensemble de définition de la fonction	Fonction dérivée	Ensemble de définition de la fonction dérivée
$f(x) = mx + p$, $m,p \in \mathbb{R}$			
$f(x) = x^2$			
$f(x) = x^3$			
$f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$			
$f(x) = \frac{1}{x}$			
$f(x) = \sqrt{x}$			
$f(x) = u(x)v(x)$			
$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$			
$f(x) = h(mx + p)$			

Si tout ça s'est avéré 

et que le tableau a explosé sous vos yeux, alors rendez-vous là L'ANTI SÈCHE *parce que vous êtes de ceux qui ne renoncent jamais !*

Exercice 4 : Fini de rire !

Déterminer la fonction dérivée des fonctions définies ci-dessous. On donnera également l'ensemble de définition et l'ensemble de dérivabilité

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x - 7$

b) $g(x) = (2x + 3)(7 - 3x^2)$

c) $h(x) = \sqrt{2x-8}$
d) $k(x) = \frac{3x-2}{x+5}$
e) $i(x) = (5x+7)^4$

Exercice 5 : Un petit problème pour la route

Et voilà vous avez encore craqué. Vous avez fini votre voyage estival dans le Périgord où vous avez interrogé un producteur de truffes noires, ce champignon hors de prix. Incorrigible matheux tel que vous l'êtes vous vous êtes sentis obligé de calculer, dérivation à l'appui, le bénéfice maximal. On ne peut pas vous tenir !

Gustave, le producteur cultive, ramasse et conditionne de 0 à 45 kg de ce champignon par semaine durant la période de production.

On désigne par $x$le nombre de kilogrammes de truffes traités chaque semaine et par $f(x)$le coût de production de 1 kilogramme de truffe.
Chaque kilogramme conditionné est vendu 450 € (c'est ça qui vous a mis la puce à l'oreille, une orientation possible pour un matheux!).
A la suite de modélisation compliquée réalisée au fond de votre tente au camping la Truffière de Saint Cirq Lapopie, vous avez estimé que la fonction $f$peut être définie sur $]0;45]$par $f(x) = x^2 - 60x + 975$
a) Gustave a produit 12 kg de truffes la semaine de l'interview. Quelle est la recette de cette semaine là ? Quel a été le coût de production d'un kilo de truffes pendant cette semaine là ? Le coût de production total ? En déduire que le bénéfice s'est alors monté à 612 €. Il en brasse de l'argent, Gustave !
b) Justifier que le coût de production de x kg de truffes est $C(x) = x^3 - 60x^2 + 975x$
c) Justifier que le bénéfice réalisé par Gustave pour x kg de truffes est $B(x) = -x^3 + 60x^2 - 525x$
d) Étudier le signe de la dérivée de Bet en déduire le tableau de variation de B
e) Quel est le bénéfice maximal ? Pour quelle quantité de truffes est-il atteint ?
f) A l'aide la calculatrice, déterminer pour quelles productions de truffes l'exploitation est bénéficiaire. (Arrondir au dixième)

Aide : Le bénéfice se calcule comme la différence entre la recette et le coût de production.

L'ANTI SÈCHE

En cas de panne sèche, de trou noir, de consternation totale, ouvrez votre cahier de leçon (celui que vous avez justement déterré hier) – chapitres 4 et 7 et/ou allez voir là :
https://www.youtube.com/watch?v=uMSNllPBFhQ
(ou fouillez là : https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-premiere#4)

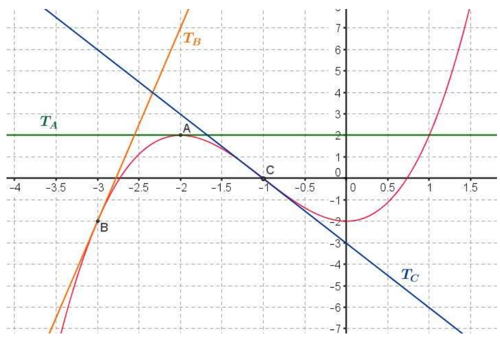
CORRIGE DES EXERCICES : THÈME 2

Exercice 1 : Toujours commencer par le vocabulaire

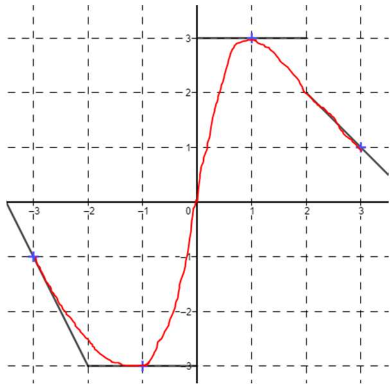
Allongé.e sur le SABLE , je fais la SIESTE dans les derniers rayons du SOLEIL
Soit Iun intervalle, $a \in I$un nombre réel et $f$une FONCTION définie et dérivable sur I.
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$est l'ÉQUATION de la TANGENTE à la courbe représentative de $f$au point de coordonnées $(a; f(a))$
Si la fonction DÉRIVÉEf' est NÉGATIVE, alors la fonction $f$est décroissante.
Si la fonction $f$est CROISSANTE, alors la fonction dérivée est positive.
Si la dérivée f's'annule en changeant de signe, alors $f$admet un EXTREMUM
Pour étudier les VARIATIONS de f, il suffit d'étudier le signe de la dérivée.
Si pour tout $x \in I$, $f(x) \leq f(a)$ alors $f$admet un MAXIMUM en a.

J	S	I	E	S	T	E	T	Y	E	I
Z	A	S	I	O	M	E	N	S	V	X
X	T	A	Y	L	U	N	A	E	I	U
N	A	M	S	O	M	O	S	Q	T	A
O	N	E	O	H	I	I	S	U	A	T
I	G	R	L	B	X	T	I	A	G	F
T	E	T	E	Z	A	A	O	T	E	D
C	N	X	I	C	M	I	R	I	N	Z
N	T	E	L	X	Z	R	C	O	Ç	V
O	E	L	B	A	S	A	K	N	V	H
F	O	B	Ç	E	E	V	I	R	E	D

Exercice 2 : Ça se corse !
I) $f(-3) = -2$ et$f'(-3) = 9$
$f(-2) = 3$ et $f'(-2) = 0$
$f(-1) = 0$ et $f'(-1) = -3$
2) L'équation de la tangente en $x = -1$
$y = f'(-1)(x-(-1)) + f(-1) = -3(x+1) + 0 = -3x - 3$
3)Tableau de variation de $f$et tableau de signe de la dérivée



x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
Variation de f		↗	2	↘	-2	↗	
Signe de $f'(x)$		+	0	-	0	+	



II) a) Tableau de variation de g.

x	-3		-1		1		3
Signe de $g'(x)$		-	0	+	0	-	
Variation de g	-1	↘	-3	↗	3	↘	1

Exercice 3 : Top chrono 

Vous avez 10 min pour remplir le tableau suivant

Fonction	Ensemble de définition de la fonction	Fonction dérivée	Ensemble de définition de la fonction dérivée
$f(x) = mx + p$, $m,p \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = m$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 2x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^3$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 3x^2$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$[0; +\infty[$	$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$
$f(x) = u(x)v(x)$		$f(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$	
$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$		$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)}$	
$f(x) = h(mx + p)$		$f'(x) = m \times h'(mx + p)$	

Exercice 4 : Fini de rire !

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x - 7$

L'ensemble de définition et de dérivabilité est $\mathbb{R}$

pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2 \times 3x^2 - 3 \times 2x - 36 \times 1 + 0 = 6x^2 - 6x - 36$

b) $g(x) = (2x + 3)(7 - 3x^2)$

L'ensemble de définition et de dérivabilité est $\mathbb{R}$. On reconnaît la forme $g(x) = u(x)v(x)$ avec

$u(x) = 2x + 3$donc $u'(x) = 2$

$v(x) = 7 - 3x^2$donc $v'(x) = -6x$

pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 2(7 - 3x^2) + (2x + 3)(-6x) = 14 - 6x^2 - 12x^2 - 18x = -18x^2 - 18x - 14$

c) $h(x) = \sqrt{2x - 8}$

Pour déterminer l'ensemble de définition puis de dérivabilité on résout $2x - 8 > 0 \Leftrightarrow x > 4$

L'ensemble de définition est donc $[4; +\infty[$ et l'ensemble de dérivabilité est $]4; +\infty[$

On reconnaît la dérivée d'une fonction composée

pour tout $x \in]4; +\infty[$, $h'(x) = 2 \times \frac{1}{2x-8} = \frac{2}{2x-8}$

d) $k(x) = \frac{3x-2}{x+5}$
Pour déterminer l'ensemble de définition puis de dérivabilité on résout
$x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$
L'ensemble de définition et l'ensemble de dérivabilité sont donc $\mathbb{R}\backslash\{-5\}$.
On reconnaît la forme $k(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = 3x - 2$ donc $u'(x) = 3$
$v(x) = x + 5$ donc $v'(x) = 1$
pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{-5\} k'(x) = \frac{3(x+5)-(3x-2)\times 1}{(x+5)^2} = \frac{17}{(x+5)^2}$

e) $i(x) = (5x + 7)^4$
L'ensemble de définition et de dérivabilité est $\mathbb{R}$
On reconnaît la dérivée d'une fonction composée pour tout $x \in \mathbb{R}, i'(x) = 5 \times 4(5x + 7)^3 = 20(5x + 7)^3$

Exercice 5 : Un petit problème pour la route
a) La recette est $12 \times 450 = 5400€$.
Le coût de production d'un kilo est $f(12) = 399€$
Le coût de production total est $12 \times f(12) = 4788€$
Le bénéfice est donc de $5400 - 4788 = 612€$

b) Le coût de production de x kg de truffes est $x \times f(x) = x(x^2 - 60x + 675) = C(x)$

c) Le bénéfice est la recette moins le coût de production.
La recette pour x kg de truffes est $450x$
Donc le bénéfice est $B(x) = 450x - C(x) = -x^3 + 60x^2 - 525x$

d) pour tout $x \in]0; 45[, B'(x) = -3x^2 + 120x - 525$
Il s'agit d'un trinôme du second degré, on calcule le discriminant
$\Delta = 8100$
On cherche les racines
$x_1 = 35$ et $x_2 = 5$

On en déduit le tableau de signe de la dérivée et ensuite le tableau de variation

x	0		5		35		45
Signe de $B'(x)$		-	0	+	0	-	
Variation de g	||	↘	-1250	↗	12250	↘	6750

e) Le bénéfice est maximal pour 35 kg de truffes vendues et s'élève à 12 250 €

f) Pour une quantité de truffes comprises entre 0 et 10,6 kg environ de truffes, l'exploitation est déficitaire (B est négative).
L'exploitation est bénéficiaire à partir de 10,7 kg vendus environ.

Thème 3 : la fonction exponentielle : $x \mapsto \exp(x)$ que l'on note également $x \mapsto e^x$

A savoir : La dérivée de la fonction exponentielle est …. Et exp(0) =

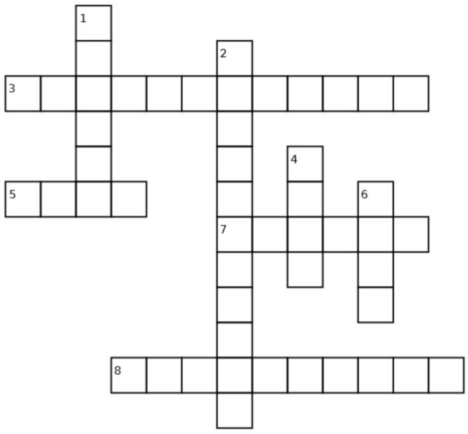
Exercice 1 : calculer les dérivées des fonctions suivantes : Aide :
https://www.youtube.com/watch?v=XcMePHk6Ilk
1) $f(x) = x^2e^x$ 2) $g(x) = \frac{e^x}{x-4}$

Exercice 2 : calculer les dérivées des fonctions suivantes
1) $f(x) = e^{-x}$ 2) $g(x) = e^{3x-8}$

Pour comprendre le choix de la photo c'est ici : http://www.unige.ch/~fiorelli/NuitScience/2010/Poster_TourEiffel_light.pdf

Thème 4 : Les suites

Exercice 1 : Mots croisés : vocabulaire des suites



HORIZONTAL	VERTICAL
3 Se dit d'une suite dont on obtient chaque terme à partir du précédent en ajoutant toujours le même nombre. 5 C'est le classement, la position d'un terme dans une suite. 7 C'est le nom que l'on donne aux nombres qui constituent une suite (A ne pas orthographier comme les bains-douches ! cf dessin 😊) 8 Soit la suite définie par u_0=1 et u_{n+1}=4u_n+9 . On dit que la suite est définie par …	1 C'est le nombre qui permet de passer d'un terme au suivant pour les suites arithmétiques ou géométriques. 2 Se dit d'une suite dont on obtient chaque terme à partir du précédent en multipliant toujours par le même nombre. 4 Soit la suite arithmétique : 100 ; 80 ; 60 ; 40 ; 20 . Quelle est le sixième terme de cette suite arithmétique? 6 Soit la suite géométrique : 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81 ; 243 . Le terme de rang 3 est :

Savoir calculer les premiers termes d'une suite :
Aide vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=HacflVQ7DIE

Exercice 2 : 1) On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur ℕ par : un = 3n − 2 et $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 3v_n - 2 \end{cases}$

Pour chacune de ces suites, calculer les quatre premiers termes.

2) Soit (w_n) la suite définie par $w_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $w_{n+1} = w_n + 4n - 1$.
Calculer les terme w_1 puis w_2. Aide ici : https://www.youtube.com/watch?v=C38g2fHFttw

Savoir calculer les termes d'une suite géométrique : https://www.youtube.com/watch?v=WTmdtbQpa0c
Exercice 3 : Soit (u_n) la suite géométrique de 1er terme u_0= 3 et de raison q = 2.
1. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n en fonction de n.

2. Calculer u_9.

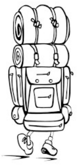
Travailler sur les indices :
Exercice 4 : Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \frac{n(n+1)}{2}$. Exprimer u_{n+1} en fonction de n.

Montrer qu'une suite est géométrique :
Exercice 5 : Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = 4u_n - 6$ et soit la suite (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 2$
1) a) Calculer v_0.
b) On sait que $v_n = u_n - 2$ donc u_n = ….. On notera cette relation (*)

2) a) Exprimer v_{n+1} en fonction de u_{n+1}.
b) A l'aide de la relation de récurrence de la suite (u_n) en déduire que $v_{n+1} = 4u_n - 8$.
c) En utilisant la relation (*) et l'égalité $v_{n+1} = 4u_n - 8$, en déduire que $v_{n+1} = 4v_n$.
Que peut-on en déduire sur la nature de la suite (v_n) ?

Modéliser des situations :
Exercice 6 : Au mois de juillet, le marchand de glaces a constaté que chaque jour il y avait en moyenne 10% de nouveaux clients mais que 5 clients ne revenaient pas d'un jour sur l'autre. Le 1er juillet il y avait 20 clients.
On note u_n le nombre clients n jours après le 1er juillet. Ainsi, u_0 =?
1) Quel est le nombre de clients le 2 juillet ?
2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

Exercice 7 : Nour fait une ascension dans les Pyrénées. Au départ, elle était à 40 m au-dessus du niveau de la mer et à chaque heure son altitude a augmenté de 100 m.



n est un entier naturel supérieur ou égal à 1 et u_n désigne son altitude au début de la $n-ième$ heure d'ascension.

a) Donner u_1

b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

Exercice 8 Pour stocker des photos numériques, on utilise un algorithme de compression. On estime qu'à chaque niveau de compression, la taille diminue de 21,4 %.

La taille initiale d'une photo est de 4 Mo. On pose T_0=4 et, pour tout entier naturel non nul n, T_n désigne la taille de cette photo après une compression de niveau n.

Calculer T_1

Exprimer T_{n+1} en fonction de T_n . En déduire **la nature de la suite** (T_n) ?

Corrigé des exercices :

Thème 3 :

Exercice1 : f est un produit donc $f'(x) = 2xe^x + x^2e^x = (2x + x^2)e^x$

g est un quotient donc $g'(x) = \frac{e^x(x-4)-e^x\times 1}{(x-4)^2} = \frac{e^x(x-4-1)}{(x-4)^2} = \frac{e^x(x-5)}{(x-4)^2}$

Exercice 2 : On applique la formule : la dérivée de $x \longmapsto e^{ax+b}$ est $x \longmapsto a\,e^{ax+b}$

$f'(x) = -1e^{-x}$ (formule avec a = -1 et b = 0)

$g'(x) = 3e^{3x+8}$ (formule avec a = 3 et b =8)

Thème 4 :

Exercice 1 : 1 : RAISON / 2 : GEOMETRIQUE / 3 : ARTHIMETIQUE / 4 : ZERO / 5 : RANG / 6 : NEUF / 7 : TERMES/ 8 : RECURRENCE

Exercice 2 :

La suite (u_n) est définie par son terme général. Pour calculer le terme d'indice n de la suite, il suffit donc de remplacer n par sa valeur dans l'expression donnée :

u_0=3×0−2= **−2** u_1=3×1−2= **1** u_2=3×2−2= **4** u_3=3×3−2= **7**

La suite (v_n) est définie par récurrence. Chaque terme d'indice n ≥1 de la suite est exprimé en fonction du terme précédent :

v_0=**2** $v1$=3×v_0−2=3 ×2−2=**4** v_2=3×v_1−2=3 ×4−2=**10** v_3=3×v_2−2=3 ×10−2=**28**.

La suite (w_n) est définie par récurrence et en fonction de n :

Pour calculer w_1 , on remplace n par 0 :

$w_1 = w_0 + 4 \times 0 - 1$=$0 - 1 = -1$

Pour calculer w_2 , on remplace n par 1 :

$w_2 = w_1 + 4 \times 1 - 1$=$-1 + 4 - 1 = 2$

Exercice 3 : $u_n = u_0 \times q^n = 3 \times 2^n$ (ATTENTION : $3 \times 2^n \neq 6^n$)

$u_9 = 3 \times 2^9 = 1536$

Exercice 4 : On remplace n par $n+1$: $u_{n+1} = \frac{(n+1)(n+1+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

Exercice 5 : 1) a) $v_0 = u_0 - 2 = 10 - 2 = 8$

b) $v_n = u_n - 2$ donc $v_n + 2 = u_n$.

2) a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 2$

b) On remplace u_{n+1} par $4u_n - 6$ $v_{n+1} = 4u_n - 6 - 2 = 4u_n - 8$

c) $v_{n+1} = 4u_n - 8 = 4(v_n + 2) - 8 = 4v_n + 8 - 8 = 4v_n$.

La suite est géométrique de raison 4.

Exercice 6 : $u_0 = 20$

1) Il y aura : $20 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) - 5 = 17$ (augmenter de 10% revient à multiplier par 1,1)

2) $u_{n+1} = u_n \times 1{,}1 - 5$

Exercice 7 : a) u_1= 40

b) Pour tout entier naturel supérieur ou égal à 1, $u_{n+1} = u_n + 100$ donc la suite (u_n) est arithmétique de raison 100.

Exercice 8 :

T_1 = 4 ×(1−$\frac{21,4}{100}$)= 3,144.

$T_{n+1} = T_n$ ×(1−$\frac{21,4}{100}$) = T_n ×0,786. **La suite** (T_n) est géométrique de raison 0,786 et de 1er terme 4 .